早稲田経済学研究　39号　1994年６月

補助自由価格と維持可能価格の集合について

若　林　丈　靖

要　約

多製品の独占企業について，補助自由価格の集合と維持可能価格の集合の局所的性質を解析学的な手法を用いて調べる。その際，価格が維持可能となる一つの十分条件を提示し，それを利用する。

1．はじめに

多製品の自然独占において，独占企業の価格設定が公平か否かは，通常その価格が内部相互補助を持つか否かによって判断される。Faulhaber (1975) によって導入されたこの概念は，協力ゲームのコアの理論の自然独占への応用である。その際，優加法的な特徴関数には劣加法的な費用関数が，配分には収入ベクトルが夫々対応する。そして，コアに属する収入ベクトルをもたらすような価格が補助自由価格（subsidy free prices）に他ならない。

ところで良く知られているように，通常の協力ゲームではコアはEuclid空間のコンパクトな凸集合となる。これに対して補助自由価格の集合では，費用関数の値そのものが産出量，従って価格と共に変化するため，その大域的な構造を探ることは著しく困難である。そこで本稿では第一に，補助自由価格の集合の局所的な性質を調べることにする。政策上の観点からは，消費者負担の公平を損わない範囲で市場の余剰を最大化するということは大きな意義を持つから，補助自由価格は成る可く「たくさん」(1)あった方が良いことは言うまでもない。

維持可能価格（sustainable prices）の集合は補助自由価格の集合に含まれる。本稿の第二の目的は維持可能価格の集合に対して，対応する結果を導くことにある。その際，価格ベクトルが維持可能となる一つの十分条件を提示し，それを利用することにする。

(1)　ただし，効率性を公平性よりも重視する立場も考えられるわけで，この点は政策上の価値判断に依存する。例えばD.Bösは，最適価格が内部相互補助を含むのであればそれを認めるべきだと主張している。(Bös, (1986) p.194)。Bösの主張は完全に利己的な消費者に関する限り正当であるが，財の消費のみでなく他者との公平も消費者の厚生の重要な要素であると考えた場合には，必ずしも当たらないであろう。

2．記号の定義

$N=\{1,\cdots,n\}$を財の集合とする。$\boldsymbol{R}^n_+$は$\boldsymbol{R}^n$の非負象現，$\boldsymbol{R}^n_{++}$は$\boldsymbol{R}^n$の正象現を表わす。$S\subset N$に対して，$\boldsymbol{R}^S_{++}$で$i\in S$なる第i成分が正でその他の成分が0となるようなn次元ベクトルの全体を表わす。ただし$\boldsymbol{R}^\phi_{++}=\{0\}$，$\boldsymbol{R}^N_{++}=\boldsymbol{R}^n_{++}$である。$\mathfrak{P}(N)$を$N$のベキ集合とすれば，集合族$(\boldsymbol{R}^S_{++})_{S\in\mathfrak{P}(N)}$は$\boldsymbol{R}^n_+$の直和分割を与える。$x\in\boldsymbol{R}^n_+$に対して，$x_i$で$x$の第i成分を表わすことにする。$x\in\boldsymbol{R}^n_+$，$S\subset N$に対して，$i\in S$のとき第$i$成分が$x_i$，その他の成分は0となるようなベクトルを$x_S$と書く。例えば，$x_{\{1\}}=(x_1,\ 0,\ \cdots 0)$。明らかに$x=x_N$，$x_\phi=0$である。この記法によれば，$x\in\boldsymbol{R}^S_{++}$は，$x\in\boldsymbol{R}^n_+$かつ$x=x_S$を意味する。

需要関数$Q:\boldsymbol{R}^n_+\to\boldsymbol{R}^n$は連続とする。ここで，$Q=(Q_1,\cdots,Q_n)$であり，勿論$Q(\boldsymbol{R}^n_+)\subset\boldsymbol{R}^n_+$である。費用関数$C:\boldsymbol{R}^n_+\to\boldsymbol{R}$に関しては，(i)任意の$S\subset N$に対して$C$の$\boldsymbol{R}^n_{++}$への制限は連続，(ii)$x\neq 0$ならば$C(x)>0$，(iii)$C(0)=0$(2)，の3条件が満足されるものとする。利潤関数$\pi:\boldsymbol{R}^n_+\to\boldsymbol{R}$を

$$\pi(p)\ =p\cdot Q(p)-C(Q(p))$$

と定義する。更に$S\subset N$に対して

$$\pi^S(p)=p\cdot Q(p)_S-C(Q(p)_S)$$

で関数$\pi^S:\boldsymbol{R}^n_+\to\boldsymbol{R}$を定義する。$\pi^S$の定義域は$\boldsymbol{R}^n_+$であることに注意されたい。ここでも$\pi^N=\pi$である。利潤がゼロとなる価格の集合を$G$で表わすことにする。すなわち，

$$G=\pi^{-1}(0)=\{p\in\boldsymbol{R}^n_+:\pi(p)=0\}$$

定義　$p\in$Gが補助自由価格であるとは，pが条件

$$\forall S\subset N\quad \pi^S(p)\leq 0$$

を満足することである。補助自由価格の全体をKで表わすことにする。π^Sによる非正実数全体の逆像をA_Sとすれば，

$$K=\bigcap_{S\in\mathfrak{P}(N)}(A_S\cap G)$$

3．補助自由価格の集合の局所的性質

最初に数学上の準備をする。XをHausdorff空間，$f:X\to\boldsymbol{R}$を実数値関数とする。このとき$x_0\in X$がfの極大点であるとは，x_0のある近傍$V(x_0)$に対して，

$$\forall x\in V(x_0)\quad f(x_0)\ \geq f(x)$$

が成立することを言う。不等号の向きを逆にして極小点も同様に定義される。極大点と極小点を合わせて極点と呼ぶことにする(3)。この定義によれば，Xが離散空間ならば任意の点が極点となる。さて，x_0がfの極点ではないとすれば，x_0の任意の近傍$V(x_0)$に対して，

$$f(x)>f(x_0)>f(x')$$

となる，x，$x'\in V(x_0)$が存在することになる。ここで次の補題（陰関数定理を弱めたもの）を証明する。

補題1　Uを位相空間，Iを局所連結なHaus-

(2) 財の組$S\subset N$に対する固定費用は，

$$\inf_{y\in\boldsymbol{R}^S_{++}} C(y)$$

と定義される。(ii)からこの下限は存在する。

(3) 分離公理を仮定しない一般の位相空間でも定義は同様であるが，fが連続な場合，xとyが同一の近傍系を持てば，$f(x)=f(y)$となるので，その時xとyは同時に極点となるかまたは同時に極点でないかのいづれかである。なお，XがBanach空間の開集合で，fがx_0で（Fréchet）可微分かつ微分が0であってもx_0は必ずしもfの極点ではない（変曲点，鞍点など）。

dorff空間[4]とし，$U\times I$には直積位相（箱位相）が入っているものとする。$F: U\times I\to \boldsymbol{R}$を実数値連続関数で，

(L. 1) $F(x_0,\ y_0)=0$,

(L. 2) $f_{x_0}(y)=F(x_0,\ y)$ で定義されるI上の実数値連続関数f_{x_0}に関して，y_0は極点ではない，

という2条件を満足するものとする。このときx_0のある近傍$V(x_0)$があって，任意の$x\in V(x_0)$に対して，

(L. 3) $F(x,\ y)=0$

となる$y\in I$が存在する。更に選択公理を仮定すれば，

(L. 4) $\varphi(x_0)=y_0,\ F(x,\ \varphi(x))=0$

となる$V(x_0)$からIへの写像φが存在する。

証明　$J(y_0)$をy_0の一つの連結近傍とすれば，(L. 1)，(L. 2) から$y_1,\ y_2\in J(y_0)$で

$$F(x_0,\ y_1)<0<F(x_0,\ y_2)$$

となるものが存在する。$x\to F(x,y_1)$及び$x\to F(x,\ y_2)$は共にU上連続だから，x_0のある近傍$V(x_0)$をとれば，任意の$x\in V(x_0)$に対して，

$$F(x,\ y_1)<0<F(x,\ y_2)$$

となる。再び$y\to F(x,\ y)$は$J(y_0)$上連続であるから，$J(y_0)$の連結性によって，

$F(x,\ y)=0$となる$y\in J(y_0)$が存在する（中間値の定理）。ここで選択公理があれば，集合族

$$(\{y\in J(y_0):F(x,\ y)=0\})_{x\in V(x_0)}$$

の選択関数φで$\varphi(x_0)=y_0$となるものがとれる。（証明終）

今，

$$Q^{-1}(\boldsymbol{R}^n_{++})\cap \boldsymbol{R}^n_{++}=M$$

とおく。すなわち$M\ni p$とは，$p\in \boldsymbol{R}^n_{++}$かつ，$Q(p)\in \boldsymbol{R}^n_{++}$を意味する。

命題1　$n\geq 2$とする。$p^*\in K$とし，πのp^*における第i変数に関する部分関数を$\pi^i_{p^*}$とする。すなわち，

$$\pi^i_{p^*}(t)=\pi(p^*\setminus t_i),\ t\geq 0$$

ここに$p^*\setminus t_i$はp^*の第i成分をtに変えたベクトルを表わす。このとき，

(1.1) $p^*\in M$,

(1.2) ある$i\in N$に対して，p^*_iを含む開区間$J(p^*_i)$があって，$J(p^*_i)$上で$\pi^i_{p^*}$が狭義単調，

(1・3) $\phi\neq S\subsetneq N$ならば$\pi^s(p^*)<0$,

という3条件が満足されるのならば，p^*はKの集積点（より詳しくは凝集点）[5]である。

証明　一般性を失うことなく（1.2）において$i=n$として良い。そこで$p^*=(\alpha,\ p^*_n)$，すなわち$\alpha=(p^*_1,\cdots,p^*_{n-1})$と書くことにする。まず各$S\subset N$に対して$\pi^s$は$M$上で連続となることに注意する。ところで，

$$M=Q^{-1}(\boldsymbol{R}^n_{++})\cap \boldsymbol{R}^n_{++}$$
$$=(Q\,|\,\boldsymbol{R}^n_{++})^{-1}(\boldsymbol{R}^n_{++})$$

であるから，$Q\,|\,\boldsymbol{R}^n_{++}:\boldsymbol{R}^n_{++}\to \boldsymbol{R}^n$の連続性によって$M$は$\boldsymbol{R}^n_{++}$で開となる。$\boldsymbol{R}^n_{++}$自身$\boldsymbol{R}^n$で開であるから，$M$は$\boldsymbol{R}^n$の開集合でもある。$\pi^s$は$p^*\in M$で連続であるから，（1.3）によって$p^*$の$M$，従って$\boldsymbol{R}^n$での開近傍$W(p^*)$で，$N$の任意の真部分集合$S$（$\neq\phi$）に対して，$p\in$

(4) 例えばEuclid空間（より一般に局所凸線型位相空間）の開集合など。

(5) 位相空間Xの部分集合Aに対して，$x\in X$がAの凝集点（condensation point）であるとは，xの任意の近傍$U(x)$に対して，集合$U(x)\cap A$が連続体濃度以上の濃度を持つことを言う。

$W(p^*)$ならば$\pi^s(p)<0$となるようなものが存在する。$W(p^*)$は$\boldsymbol{R}^n$で開だから，αの$\boldsymbol{R}^{n-1}$での開近傍$V(\alpha)$とp_n^*を含む開区間$I(p_n^*)$で，$V(\alpha)\times I(p_n^*)\subset W(p^*)$となるものが存在する。$V$を$V(\alpha)$に含まれる$\alpha$の開近傍，$I$を$p_n^*$を含み$I(p_n^*)$に含まれる開区間とすれば，$V\times I$は再び$W(p^*)$に含まれる$p^*$の$\boldsymbol{R}^n$での近傍となる。このような$V\times I$の全体は明らかに$\boldsymbol{R}^n$における$p^*$の一つの基本近傍系を成す。今，$I\cap J(p_n^*)=I'$とおけば，$I'$は$p_n^*$を含む開区間で(1.2)から$I'$上で$\pi_{p^*}^n$が狭義単調となるから，$p_n^*$は$\pi_{p^*}^n$の極点ではない。区間は局所連結であり，$V\times I\subset M$かつ$\pi$は$M$上連続であるから，補題1によって$\alpha$の$V$での近傍$U(\alpha)$があって，$x\in U(\alpha)$に対して$\pi(x, p_n)=0$となる$p_n\in I$が存在する。$V$は$\boldsymbol{R}^{n-1}$で開であるから$U(\alpha)$は$\boldsymbol{R}^{n-1}$での$\alpha$の近傍でもある。ここで，

$$(x, p_n)\in V\times I\subset W(p^*)$$

であり，$\pi(x, p_n)=0$であるから$W(p^*)$の定義によって(x, p_n)は補助自由価格である。すなわち$(x, p_n)\in K$。さて集合

$$\bigcup_{x\in U(\alpha)}\{(x, p_n):\pi(x, p_n)=0\}\subset V\times I\cap K$$

は，$U(\alpha)$が$\boldsymbol{R}^{n-1}$において内点を持つために連続体濃度を持つ。$V\times I$は$p^*=(\alpha, p_n^*)$の基本近傍系全体をわたる($U(\alpha)$は動く)からp^*の任意の近傍とKとの共通分は連続体濃度を持つ。(証明終)

命題1の条件について解説を加える。(1.1)はN内の全ての財に対して正の価格が付き，その価格で正の数量が需要されることを意味する。これは経済財に対しては当然の条件である。(1.2)はp^*における第i財の価格に対する限界利潤がゼロでないことを意味する。従って(1.2)に変えて(1.2')πはp^*で第i変数に関して偏微分可能で

$$\frac{\partial\pi}{\partial p_i}(p^*)=\frac{d\pi_{p^*}^i}{dt}(p_i^*)\neq 0$$

としても結論は同じである(6)。(1.3)は，Nの空でない真部分集合Sに対して，p^*が補助自由価格の条件を狭義不等号で満足することを意味する。

証明からわかるとおり，どれだけ「広い」範囲において補助自由価格の存在が保証されるかは，$W(p^*)$及び$J(p_i^*)$の大きさに依存する。$W(p^*)$の直径は，p^*の近傍での各π^sの挙動に，$J(p_i^*)$の長さは，p_i^*の近傍での$\pi_{p^*}^i$の挙動に依存する。

4．維持可能価格の集合の局所的性質

天下り式に維持可能価格の定義を与えることにする。

定義　$p^*\in G$が維持可能であるとは，$(p^e, y^e)\in\boldsymbol{R}_+^n\times\boldsymbol{R}_+^n$が条件

$$p^e\leq p^*,\quad y^e\leq Q(p^e)$$

$$y_i^e>0\Leftrightarrow p_i^e<p_i^*$$

を満足するのならば

$$p^e\cdot y^e\leq C(y^e)$$

が成立することを言う。維持可能価格の全体をLで表わす。

(6) ただし結論がより強くなるわけではない。陰関数の存在が保証されるためには，p^*のある近傍でπの第i変数に関する偏導関数が連続でなければならない。

ここにx, $y \in \boldsymbol{R}^n$に対して$x \leq y$とは，各$i \in N$に対して$x_i \leq y_i$が成立することを意味する。$p^* \in G$とは，$\pi(p^*)=0$のことであるから，容易にわかるように$p^* \in G$が維持可能となるためには，$(p^*, Q(p^*))$が最大化問題

$$\text{(SP)} \quad \max_{(p^e, y^e) \in \boldsymbol{R}^n_+ \times \boldsymbol{R}^n_+} p^e . y^e - C(y^e)$$

$$\text{s.t.} \quad p^e \leq p^*, \quad y^e \leq Q(p^e),$$

$$y^e_i = 0 \Rightarrow p^e_i = p^*_i$$

の一つの解となることが十分である。ここで以下の諸仮定を置く。

(A_1) Gは有界である。すなわち，ある実数$a > 0$があって

$$D = \{p \in \boldsymbol{R}^n_{++} : \|p\| < a\} \subset G$$

$D^s_{++} = D \cap \boldsymbol{R}^s_{++}$と書く。

(A_2)各Q_iはD上で凹であり，D^N_{++}上で連続可微分。$D^N_{++} = D \cap \boldsymbol{R}^n_{++}$は$\boldsymbol{R}^n$で開であることに注意。

(A_3) ある実数$b > 0$があって，

$$E = \{y \in \boldsymbol{R}^n_+ : \|y\| < b\} \supset Q(D)$$

$$E^s_{++} = E \cap \boldsymbol{R}^s_{++}$$

とするとき（Dが有界，Qが$\boldsymbol{R}^n_+$上連続だからこのような$b > 0$は存在する）(7)，$C|E^s_{++}$はE^s_{++}上連続な凸関数で$i \in S$なる第i変数に関して連続偏微分可能，かつ

$$\frac{\partial C}{\partial y_i}(y) > 0, \quad y \in E^s_{++}, \quad i \in S$$

命題2(8) (A_1)－(A_3)を仮定し，$n \geq 2$とする。このとき$p^* \in G$が維持可能であるためには次の条件が十分である。

（2.1） $p^* \in K \cap M$

（2.2） $\forall S \subset N \forall i \in S$

$$p^*_i - \frac{\partial C}{\partial y_i}(Q(p^*)s) \geq 0$$

（2.3） $\forall S \subset N \forall i \in S$

$$\frac{\partial \pi^s}{\partial p_i}(p^*) = Q_i(p^*) + \sum_{j \in s}\left(p^*_i - \frac{\partial C}{\partial y_j}(Q(p^*)s)\right) \cdot \frac{\partial Q_j}{\partial p_i}(p^*) \geq 0$$

証明 (A_1)，(A_3)によって，問題(SP)の実行可能集合は$D \times E$に含まれる。ここで(E^s_{++}) $S \in \mathfrak{P}(N)$はEの直和分割を与えるから，問題を2^n個に分けて考えることができる。明らかに$S=\phi$の場合は無視して良い。ここで$y^e \in E^s_{++}$ならば$i \notin S$に対しては，$p^e_i = p^*_i$であるから$S \subset N$に対する問題(SP)は，

$$(2.4) \quad \max_{(p^e, y^e) \in D^s_{++} \times E^s_{++}} p^e \cdot y^e - C(y^e)$$

$$\text{s.t.} \quad p^e_i \leq p^*_i, \quad y^e_i \leq Q_i(p^e + p^*_{N-s}), \quad i \in S$$

となる。実際$i \in S$に対して$p^e_i = 0$ならば，$y^e_i > 0$なのであるから，$y^e_i > y_i' > 0$となるy_i'をとって，y^eの第i成分をy_i'に変えれば(A_3)から目的関数の値はより大きくなる。今，Sの含む元の個数をkとすれば，$D^s_{++} \times E^s_{++}$は$\boldsymbol{R}^k \times \boldsymbol{R}^k$上の開凸集合とみなせる。$(A_2)$から$i \in S$に対する制約$Q_i(p^e + p^*_{N-s}) - y^e_i$，及び$p^*_i - p^e_i$は共に$D^s_{++} \times E^s_{++}$上連続可微分な凹関数となる。更に$(A_4)$から，目的関数も$D^s_{++} \times E^s_{++}$上連続可微分な凹関数となる。従って$(p^e, y^e) \in D^s_{++} \times E^s_{++}$が（2.4）の最適解となるためには，非

(7) Dの$\boldsymbol{R}^n$での閉包を$\overline{D}$とすれば，$\overline{D}$は$\boldsymbol{R}^n$で有界閉，従ってコンパクト。$\boldsymbol{R}^n_+$は$\boldsymbol{R}^n$で閉だから$\overline{D} \subset \boldsymbol{R}^n_+$。$Q$が$\boldsymbol{R}^n_+$上連続だから$Q(\overline{D})$はコンパクト，従って有界。$Q(D) \subset Q(\overline{D})$だから主張を得る。$Q$が$\boldsymbol{R}^n_{++}$ではなく，$\boldsymbol{R}^n_+$で定義されていることが効いているが，理論上はともかく，実際には非有界な需要は存在しないであろうから，この点はむしろ現実的と言える。

(8) （2.3）はMirman et al. (1985) のProposition 4に挙げられているAssumption 4aと同じである。本稿のモデルと彼等のモデルとの相違点は大域的条件に関するものである。すなわち，彼等のモデルでは需要の弱粗代替性と費用の補完性が，本稿のモデルでは需要関数の凹性と費用関数の凸性が仮定されている。

負のKuhn-Tuckerベクトル(λ^s,μ^s)の存在が十分である。問題（2.4）のLagrange形式は，

$$\Omega\ (p^e,y^e,\lambda^s,\mu^s)\ =\sum_{i\in s}p_i^e\cdot y_i^e-C(y^e)$$

$$+\sum_{i\in s}\lambda_i^s\ (p_i^*-p_i^e)+\sum_{i\in s}\mu_i^s\ (Q_i\ (p^e+p_{N-s}^*)-y_i^e)$$

Kuhn－Tucker条件は

$$\frac{\partial\Omega}{\partial p_i}=y_i^e-\lambda_i^s+\sum_{j\in s}\mu_i^s\cdot\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}\ (p^e+p_{N-s}^*)=0$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial y_i^e}p_i^e-\frac{\partial C}{\partial y_i}\ (y^e)-\mu_i^s=0$$

$$\lambda_i^s(p_i^*-p_i^e)=0$$

$$\mu_i^s(Q_i(p^e+p_{N-s}^*)-y_i^e)=0$$

$$i\in S$$

となる。ここで$p_i^e=p_i^*$，$y_i^e=Q_i(p^*)$ $(i\in S)$とおいて，$y^e=y_S^e$，$p_S^*+p_{N-s}^*=p^*$に注意すれば，

$$\lambda_i^s=Q_i(p^*)+\sum_{j\in s}\mu_i^s\cdot\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}\ (p^*),$$

$$\mu_i^s=p_i^*-\frac{\partial C}{\partial y_i}\ (Q(p^*)_s)$$

を得る。（2.2）から$\mu_i^s\geq 0$ $(i\in S)$となる。これをλ_i^sに代入すれば，

$$\lambda_i^s=Q_i\ (p^*)+$$

$$\sum_{j\in s}(p_j^*-\frac{\partial C}{\partial y_j}\ (Q(p^*)_s))\cdot\frac{\partial Q_j}{\partial p_i}\ (p^*)$$

を得る。かくして（2.3）から$\lambda_i^s\geq 0$ $(i\in S)$となる。従って$(p_S^*,Q(p^*)_s)$に対して，非負のKuhn-Tuckerベクトル(λ^s,μ^s)が存在するから$(p_S^*,Q(p^*)_s)$は（2.4）の最適解であって，その最適値は，

$$p_S^*\cdot Q(p^*)_s-C(Q(p^*)_s)\ =\pi^s(p^*)$$

さて，$\pi^N\ (p^*)=\pi\ (p^*)=0$が$N=S$に対する最適値であり，（2.1）から$p^*\in K$すなわち$\pi^s(p^*)\leq 0$であるから$(p^*, Q(p^*))$は全体としての（SP）の一つの最適解である。

（証明終）

条件（2.2）は，独占企業が価格p^*でS内の財の需要量を供給する際に，S内の各財の価格が，その限界費用を下回らないことを意味する。（2.3）は，各$S\subset N$に対して，S内の財の価格に関するπ^sの限界利潤が負でないことを意味する。

仮定$(A_1)-(A_3)$に関して言えば，需要関数の凹性と費用関数の凸性は極めて特殊な制約ではあるが，費用関数の劣加法性を一切仮定していないのは一応注目に値するものと思われる。

さて，命題2を用いれば次の命題が証明できる。ここでも$n\geq 2$とする。

命題3　$(A_1)-(A_3)$を仮定する。$p^*\in L\cap M$に対して（1.3）が成立し，かつ（2.2），（2.3）の不等式が全て狭義で成立すれば，$\boldsymbol{R}^{n-1}$の開集合U及びUから$\boldsymbol{R}^n$へのC^1級の単射φ^*があって

$$p^*\in\varphi^*(U)\ \subset L$$

となる(9)。

証明　命題1の証明と同じ方針で，補題1に変えて通常の陰関数定理を用いて，$p^*=$

(9) つまりp^*のLにおける近傍に「局所座標」が導入できる。

(10) 所謂「比較静学分析」についても同様のことが言える。解析学の経済学への応用に際して，このような陥穽が存在することは常に銘記しておくべきであろう。

$(\alpha,\ \varphi(\alpha))$, $(x,\ \varphi(x))\in L$となる$\boldsymbol{R}^{n-1}$の開集合Uから$\boldsymbol{R}$へのC^1級の写像φの存在を示し，$\varphi^*(x)=(x,\varphi(x))$とおけば良い。

(証明終)

5．結語

本稿における命題1の意義は，局所的な条件のみで補助自由価格がある範囲にわたって存在することを保証している点にある。実際，もし大域的な費用関数及び需要関数の形状が予め知られているのならば，補助自由価格の定義に従って不等式を解いて，存在の範囲を求めれば事足りる。命題3についても同様であって，命題2の（2．2），（2．3）の不等式を解いて得られた集合と$K\cap M$との共通分をとれば，それはLの部分集合となっている。しかし実際上は，全体的な費用及び需要の状況を知ることは著しく困難であると考えられるから，その意味では命題1及び命題3は一定の意義を持つものと思われる。ただし命題3については，実際には費用と需要に大域的条件を課しているわけで，従って上の主張は矛盾していることになるが，大域的仮定を外した形での維持可能性の十分条件を得ることはその定義から恐らく不可能であろうから，この点を改善することは難しいように思われる。

最後に，これは解析学を用いた経済理論の宿命のようなものであるが，本稿における命題は何れもEuclid空間という特殊な集合の諸性質に深く依存していることに注意すべきであろう。特に命題1及び命題3において，p^*以外の補助自由価格乃至は維持可能価格の存在が保証される近傍は論理的にはいくらでも小さくなり得るから，実際上意味があるような価格の変更は不可能かも知れない。これは局所的な性質を調べるという本稿の目的上，不可避的に伴う論理上の帰結(10)ではあるのだが，それにしても本稿の命題の現実的妥当性を大きく弱める原因となっていることは間違いない。この点は大きな反省材料である。

参考文献

Baumol, W.J.,Panzar, J.C., and R.D.Willig (1982). *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, New York, Harcourt Brace Jovanovich.

Berg, S.V., and J. Tschirhart (1988). *Natural Monopoly Regulation*, Cambridge, Cambridge Unuversity Press.

Bös, D. (1986). *Public Enterprise Economics*, Amsterdam, North-Holland.

Faulhaber, G.R. (1975). "Cross Subsidization : Pricing in Public Enterprises," *American Economic Review*, vol. 65, 966-977

Mirman, L.T., Tauman, Y. and I. Zang (1985). "Supportability, Sustainability, and Subsidy Free Prices," *Rand Journal of Economics*, vol. 16, 114-126.

Sharkey, W.W. (1982a). *The Theory of Natural Monopoly*, Cambridge, Cambridge University Press.

Sharkey, W.W. (1982b). "Suggestions for a Game Theoretic Approach to Public Utility Pricing and Cost Allocation," *Bell Joural of Economics*, vol. 13, 57-68.

(博士後期課程第4年度生)